

物理学Fレポート解答（12月16日出題分）

■問題2

$$|0.5 + 0.3i| = \sqrt{0.5^2 + 0.3^2} \sim 0.583 \quad (1)$$

$$|i| = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1 \quad (2)$$

$$|0.2 + 0.3i| = \sqrt{0.2^2 + 0.3^2} \sim 0.361 \quad (3)$$

$$|0.4 - 0.4i| = \sqrt{0.4^2 + 0.4^2} \sim 0.566 \quad (4)$$

■問題3 丁寧に行列とベクトルの積を計算する.

$$\hat{A}_1|a_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = |a_3\rangle \quad (5)$$

$$\hat{A}_1|a_4\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = -|a_4\rangle \quad (6)$$

$$\hat{A}_2|a_5\rangle = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i^2/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} = |a_5\rangle \quad (7)$$

$$\hat{A}_2|a_6\rangle = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i/\sqrt{2} \\ i^2/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = -|a_6\rangle \quad (8)$$

$$\hat{A}_3|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |a_1\rangle \quad (9)$$

$$\hat{A}_3|a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -|a_2\rangle \quad (10)$$

よって,

- \hat{A}_1 の固有ベクトルは $|a_3\rangle$ (固有値 +1) と $|a_4\rangle$ (固有値 -1)
- \hat{A}_2 の固有ベクトルは $|a_5\rangle$ (固有値 +1) と $|a_6\rangle$ (固有値 -1)
- \hat{A}_3 の固有ベクトルは $|a_1\rangle$ (固有値 +1) と $|a_2\rangle$ (固有値 -1)

以上の他の組み合わせで積を計算すると固有ベクトルにならないことがわかる.