

## 物理学F レポート問題（12月16日出題分）

解答は原則として1月13日講義時に回収する。

■問題1 「量子力学が必要な理由」を自分の言葉で簡潔にまとめよ。例えば適当な実験をとりあげ、その結果と日常生活における常識との違いをまとめるなどすれば良い。講義で紹介した実験をとりあげてもよいし、その他の事例をとりあげてもよい。要点が分かるように書いてあれば短いレポートで構わない。

■問題2 以下の複素数をノルムの大きい順に並べよ。

$$0.5 + 0.3i, \quad i, \quad 0.2 + 0.3i, \quad 0.4 - 0.4i$$

- 注1)  $i$ は虚数単位.  $i^2 = -1$ .
- 注2) 複素数  $z = a + ib$  の複素共役は  $z^* = a - ib$ . (ただし,  $a, b$  は実数.)
- 注3) 複素数  $z = a + ib$  のノルムは  $\sqrt{z^*z}$  と定義される.  $\sqrt{z^2}$  とは異なるので注意.

■問題3 ベクトル  $|a_1\rangle, |a_2\rangle, |a_3\rangle, |a_4\rangle, |a_5\rangle, |a_6\rangle$  と行列  $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3$  をそれぞれ以下のように定義する.  $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3$  それぞれの固有ベクトルを  $|a_i\rangle$  ( $i = 1 \dots 6$ ) のうちから選び, また, 各々の場合の固有値を答えよ.

$$\begin{aligned} |a_1\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & |a_2\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & |a_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ |a_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, & |a_5\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, & |a_6\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$$\hat{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{A}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- 注1) ベクトル  $|a\rangle$  が行列  $\hat{A}$  の固有ベクトルであるとは, 式

$$\hat{A}|a\rangle = \epsilon_a|a\rangle$$

(ただし  $\epsilon_a$  は実数または複素数) が成り立つことであり, このときの  $\epsilon_a$  を固有値と呼ぶ.

- 注2) ベクトル  $|a\rangle$  に行列  $\hat{A}$  を「掛けた」 $\hat{A}|a\rangle$  は別のベクトルになる. このとき行列とベクトルの「掛け算」は  $\hat{A}|a\rangle$  の  $i$  番目の成分  $(\hat{A}|a\rangle)_i$  が

$$(\hat{A}|a\rangle)_i = \sum_j (\hat{A})_{ij} (|a\rangle)_j$$

となるように定義する. ただし  $(\hat{A})_{ij}$  は行列  $\hat{A}$  の  $i$  行  $j$  列成分,  $(|a\rangle)_j$  はベクトル  $|a\rangle$  の  $j$  番目の成分を表す.