

第1回 10/2

- ▶ 電荷は保存する
- ▶ クーロンの法則

- ▶ \vec{r}_2 にある電荷 Q_2 の点電荷が \vec{r}_1 にある電荷 Q_1 の点電荷に与える力

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

- ▶ 電場

- ▶ \vec{r}_2 にある電荷 Q_2 の点電荷が \vec{r}_1 に作る電場

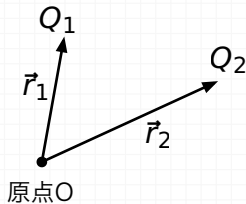
$$\vec{E}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

- ▶ 電荷 Q_1 の点電荷が電場から受ける力

$$\vec{F}_{12} = Q_1 \vec{E}_{12}$$

- ▶ 重ね合わせ

- ▶ 点電荷が複数または大量にあるときの電場 = 各点電荷が作る電場の和 (ベクトルの足し算)



第2回 10/9

- ▶ 電気双極子： $+Q$ と $-Q$ の電荷がベクトル \vec{d} だけずれて存在
 - ▶ 電気双極子を原点においたとき遠くで生じる電場

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{r}|^3} \{3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}\} \quad \vec{p} = Q\vec{d}, \hat{r} = \vec{r}/|\vec{r}|$$

- ▶ 電場と電位
 - ▶ 電位の高い方から低い方へ電流を流したがる（実際に流れなくてよい）
 - ▶ 参考）水は標高の高い所から低い所へ流れる
 - ▶ 電場＝坂の傾き，電位＝標高

$$V_f - V_i = - \int_C \vec{d}\vec{r} \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad \begin{array}{l} V_f - V_i : \text{点 } f \text{ と点 } i \text{ の電位差} \\ C : \text{点 } f \text{ と点 } i \text{ をつなぐ経路} \end{array}$$

- ▶ 時間変化がないときには $V_f - V_i$ は C の選び方によらない
- ▶ ガウス則（時間変化があっても成立）

$$\int_S \vec{d}\vec{A} \cdot \vec{E} = \frac{Q_{\text{inside } S}}{\epsilon_0} \quad \begin{array}{l} \vec{d}\vec{A} : S \text{ 上の微小平面} \\ \text{長さ} : \text{微小平面の面積} \\ \text{向き} : \text{微小平面に垂直外向き} \end{array}$$

ある閉曲面 S を貫く電場の総量はその閉曲面内部の電荷の総量 $Q_{\text{inside } S}$ を ϵ_0 で割った物に等しい

第3回 10/23

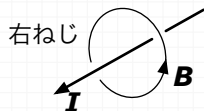
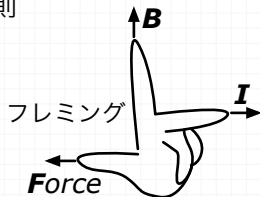
- ▶ 電流と電流の間に働く力
 - ▶ 2本の平行な直線電流
 - ▶ 電流の向きが同じ：引き合う
 - ▶ 電流の向きが反対：斥け合う
 - ▶ 電流が磁場を作り，他の電流はその磁場から力を受けると考える
 - ▶ 電荷と電荷の間に働く力は，電荷がまず電場を作り，周りの電荷はその電場から力を受けると考えることができた

- ▶ 電流が磁場から受ける力：フレミングの左手の法則

- ▶ 直線電流の作る磁場：右ねじの法則

$$B = \frac{\mu_0 2I}{4\pi r}$$

- ▶ r : 電線からの距離
- ▶ $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{A}^{-1}\text{m}]$
- ▶ 磁場の強さの単位 T (テスラ)
- ▶ 電流の作る磁場とつくばエクスプレスの駆動方式
 - ▶ 興味があれば各自調べ直してみることに



第4回 10/30

▶ ローレンツ力

- ▶ 電荷 Q , 速度 \vec{v} を持つ点電荷が磁場 \vec{B} 中で受ける力

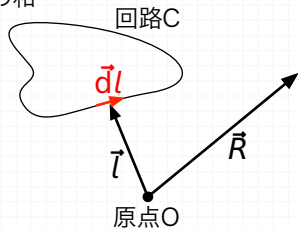
$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \vec{v} \times \vec{B}: \vec{v} \text{ と } \vec{B} \text{ の外積}$$

- ▶ 電流が受ける力 = 運動する電荷が受ける力の和

▶ ビオ・サバール則

- ▶ 直線でない電流回路が位置 \vec{R} に作る磁場

$$\vec{B}(\vec{R}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I d\vec{l} \times (\vec{R} - \vec{l})}{|\vec{R} - \vec{l}|^3}$$



▶ 円電流の作る磁場～磁気双極子

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \{3(\vec{m} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{m}\}$$

$\vec{m} = IS\vec{n}$, S : 円の面積
 \vec{n} : 大きさ1で円の面に垂直

- ▶ 電気双極子と相似
- ▶ 小さな永久磁石の作る磁場と同じ

- ▶ 磁気単極子 (点電荷に対応する「点磁荷」) は存在しない $\int_S d\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

第5回 11/13

- ▶ アンペール則 (時間変化がないときのみ成り立つ)

$$\oint_C \vec{dl} \cdot \vec{B} = \mu_0 I_{\text{penetrate } S} \quad \begin{array}{l} C : \text{向きをつけた閉曲線} \\ S : C \text{を縁とする曲面} \end{array}$$

* S の表裏 : 「表から見て C の向きが半時計回り」

ある閉曲線 C にそった磁場を積分した量は、その閉曲線を縁とする曲面 S を裏から表へ貫く電流の総量 $I_{\text{penetrate } S}$ に μ_0 をかけたものに等しい

- ▶ 誘導起電力とレンツの法則

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \begin{array}{l} \mathcal{E} : \text{誘導起電力, 大雑把には電圧 } \mathcal{E} \text{ の電池} \\ \Phi = \int_S \vec{dA} \cdot \vec{B} : \text{回路を貫く磁場の総量 (磁束)} \end{array}$$

電流の向き \rightarrow 必ず磁場の変化を打ち消す方向 (レンツの法則)

- ▶ 2種類の電磁誘導 **電流を駆動する = 電荷に力が働いている**
 - ▶ 回路が動く : 回路中の電荷が速度 \vec{v} で動く $\rightarrow \vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}$
 - ▶ 磁場が時間変化 : まず誘導電場が生じる $\rightarrow \vec{F} = Q\vec{E}$

誘導電場:
$$\oint_C \vec{dl} \cdot \vec{E} = - \int_S \vec{dA} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

第6回 11/20

- ▶ アンペール則の修正 時間変化があるとき…
 - ▶ $I_{\text{penetrate } S}$ は C が与えられても S の選び方に依存してしまう
 - ▶ $I_{\text{penetrate } S} + \epsilon_0 \int_S \vec{dA} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ は C さえ決めれば S の選び方に依らない
- ▶ マクスウェル方程式 (実は今までのまとめでしかない)

$$\int_S \vec{dA} \cdot \vec{E} = \frac{Q_{\text{inside } S}}{\epsilon_0}$$

$$\int_S \vec{dA} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint_C \vec{dl} \cdot \vec{E} = - \int_S \vec{dA} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint_C \vec{dl} \cdot \vec{B} = \mu_0 I_{\text{penetrate } S} + \mu_0 \epsilon_0 \int_S \vec{dA} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- ▶ 波動方程式と電磁波
 - ▶ 真空中 $\rightarrow \vec{E}$ と \vec{B} は波動方程式に従う \rightarrow 電磁波
 - ▶ 電磁波の速度 (光速度) は $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$

第7回 11/27

▶ 電磁波の放射

- ▶ 点電荷が $\vec{x}(t)$ に従って運動するときの \vec{R} での電磁場, $|\vec{x}(t)| \ll |\vec{R}|$ なら

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c^2 |\vec{R}|} \{ \ddot{\vec{x}}(t') - (\hat{R} \cdot \ddot{\vec{x}}(t')) \hat{R} \}$$

$$\vec{B}(\vec{R}, t) = \hat{R} \times \hat{E}(\vec{R}, t)/c, \quad \text{但し } t' = t - |\vec{R}|/c, \hat{R} = \vec{R}/|\vec{R}|$$

- ▶ $\vec{x}(t) = \vec{d} \sin \omega t$ のとき

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \frac{Q\omega^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} \{ \vec{d} - (\hat{R} \cdot \vec{d}) \hat{R} \} \sin \left\{ \omega \left(t - \frac{R}{c} \right) \right\}$$

▶ 電磁波の特徴付け～3つの特徴

- ▶ 電磁波の強度/光の明るさ $I \propto |\vec{E}_{\max}|^2$
- ▶ 電磁波の波長/光の色
 - ▶ 波長ごとに名前が違う～電波, 可視光, X線など
 - ▶ 可視光の中では波長は色に対応
- ▶ 偏光: 電場の向き
 - ▶ 直線偏光・円偏光・偏光していない光

第8回 12/4

▶ アンテナ

- ▶ 短い電線に交流電流 $\rightarrow \vec{x}(t) = \vec{d} \sin(\omega t + \phi)$ で運動する電荷の集合

$$\vec{E}(\vec{R}, t) \propto (\vec{d} - (\vec{d} \cdot \hat{R})\hat{R}) \frac{1}{R} \sin\left(\omega\left(t - \frac{R}{c}\right) + \phi\right)$$

▶ 電磁波の干渉

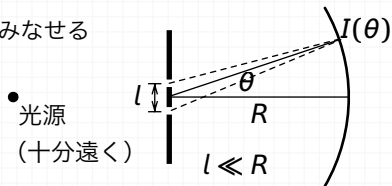
- ▶ 複数のアンテナ (波源) \rightarrow 正の寄与と負の寄与が打ち消し合うことがある
- ▶ 各アンテナからの距離が違う \rightarrow 上式で \sin 関数の中身が違う \rightarrow 正か負か

▶ 2重スリット

- ▶ スリットが十分細ければアンテナ2つとみなせる
- ▶ スクリーン上での電場強度 $I \propto |E_{\max}|^2$

$$I \propto \left\{ \cos\left(\frac{\pi l}{\lambda} \sin \theta\right) \right\}^2$$

- ▶ $l \ll \lambda \rightarrow I$ 一定, $l \gtrsim \lambda \rightarrow$ 干渉縞

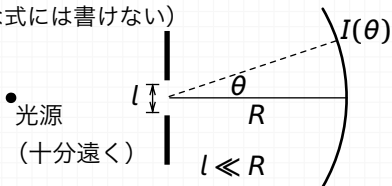


▶ 有限幅のスリット

- ▶ $R \sin \theta \gg l$ のとき ($\theta \sim 0$ では簡単な式には書けない)

$$I \propto l^2 \left\{ \frac{\lambda}{\pi l \sin \theta} \sin\left(\frac{\pi l \sin \theta}{\lambda}\right) \right\}^2$$

- ▶ $l \ll \lambda$: θ に依存しない \rightarrow 回り込む!
- ▶ $l \gg \lambda$: ゼロ \rightarrow 回り込まない!



第9回 12/11

- ▶ 量子力学の必要性：日常の常識では理解できない現象の例
 - ▶ 原子の安定性
 - ▶ 2重スリット実験
 - ▶ シュテルン・ゲルラッハ実験

原子の安定性

- ▶ 原子は安定に存在できるか？
 - ▶ クーロン力と遠心力の釣り合い？
 - ▶ 電磁波を放射してエネルギーを失いつぶれる！
 - ▶ 現実には原子はつぶれずそれぞれの大きさを持って存在している

新しい法則の存在を示唆

2重スリット実験

- ▶ 実験内容については以下が詳しい（動画も有り）
<http://www.hitachi.co.jp/rd/portal/research/em/doubleslit.html>
- ▶ 電子が粒子的な性質（スクリーン上に点として観測される）と波動的な性質（スクリーン上に干渉パターンが現れる）を併せ持つ

粒子と波動の二重性

第10回 12/18

シュテルン・ゲルラッハ実験

- ▶ 銀原子のスピンのz成分 (S_z) を測定する実験
 - ▶ 銀原子がスピンを持つ → 銀原子は小さな磁石とみなせる
 - ▶ S_z の観測 ↔ 磁石の向きを調べる
- ▶ 結果：初めにスピンの向きを決めるような細工をしていないのに、 S_z は連続的に分布せず $+1$ と -1 のみになった → 物理量の量子化！
 - ▶ スピンは上向きか下向きかしかない

シュテルン・ゲルラッハ実験の拡張

- ▶ S_z を測定した後、続けて S_x や S_z の測定を行う
1. $S_z = +1$ と確定した状態でまた S_z を測定 → 当然結果は $+1$
 2. $S_z = +1$ と確定した状態で S_x を測定する → スピンは上向きのはずだが、 $S_x = 0$ でなく $S_x = +1$ と -1 が 50%ずつ得られる
 - ▶ 解釈： $S_z = +1$ の状態は $S_x = +1$ の状態でもあり $S_x = -1$ の状態でもある → 状態の重ね合わせ
 3. $S_z = +1$ と確定した状態で S_x を測定し、さらに続けて S_z を測定する → 最後の測定で $S_z = -1$ が得られる確率もゼロではない！

第11回 1/8

量子力学における状態の表し方

- ▶ 状態：ノルム1の複素ベクトル $|\alpha\rangle$
- ▶ 物理量：複素エルミート行列 \hat{A} ，ただし $\hat{A}^\dagger = \hat{A}$ ， $(\hat{A}^\dagger)_{ij} = (\hat{A}_{ji})^*$
- ▶ 成分の数は互いに直交する状態の数で決まる
 - ▶ 互いに直交する状態 = 完全に異なる状態

量子力学における観測

- ▶ 物理量が行列で書かれるとはいえ，測定したら何か数字になるはず
- ▶ ここで活躍するのが行列の固有値

状態 $|\alpha\rangle$ がある物理量 \hat{A} の固有状態（固有ベクトル）であるとき物理量 \hat{A} の観測値はその固有値 ϵ_α となる

*固有値・固有ベクトルの具体例については 12/18 出題分のレポート問題と解答を参照のこと

第12回 1/15

固有状態でない状態の観測

- ▶ \hat{A} を測定したいなら、与えられた状態を \hat{A} の固有状態 $|\hat{A} : \epsilon_i\rangle$ (固有値 ϵ_i) の和に分解

$$|\alpha\rangle = \sum_i c_i |\hat{A} : \epsilon_i\rangle, \quad \sum_i |c_i|^2 = 1$$

$|\alpha\rangle$ について \hat{A} の測定を行うと、確率 $|c_i|^2$ で ϵ_i が観測され、測定後の状態は選ばれた固有値に対応する固有状態になる。

*測定値は確率的にしか決まらない！ *観測が状態を変える！

具体例は 1/15 出題分のレポート問題を参照のこと

波動関数の導入

- ▶ 粒子の運動を記述するときは座標の固有状態 $|x\rangle$ を使うのが便利
 - ▶ 座標は無限個 (数直線) : ベクトル \rightarrow 関数 (波動関数)

$$|\alpha\rangle = \sum_i c_{\alpha i} |x_i\rangle \longrightarrow |\alpha\rangle = \int dx \psi_{\alpha}(x) |x\rangle$$

第13回 1/22

波動関数の性質

- ▶ 粒子が位置 $x - \delta x/2$ から $x + \delta x/2$ の間にいる確率： $|\psi_\alpha(x)|^2 \delta x$

物理量はどうなるか？ 行列 → 微分演算子など

- ▶ 運動量： $\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$ ($\hbar = h/2\pi$, h はプランク定数)

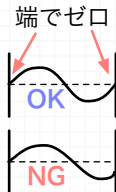
- ▶ 固有状態： $\psi_k(x) \propto \cos kx + i \sin kx$ 波！

- ▶ エネルギー：運動エネルギー + 位置エネルギー $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$

- ▶ 固有値・固有状態を調べる式：シュレーディンガー方程式

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi_\alpha(x)}{\partial x^2} + V(x) \psi_\alpha(x) = E_\alpha \psi_\alpha(x)$$

- ▶ 狭い範囲に粒子 → 波長に制限 → エネルギーの量子化



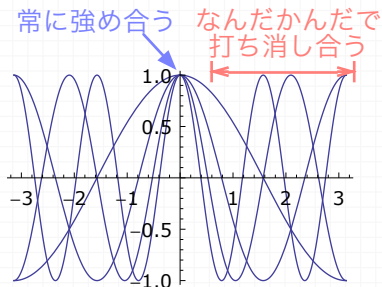
粒子と波動の二重性について

- ▶ 決まった運動量を持つ状態の波動関数は波そのもの → 干渉パターン
- ▶ しかし座標の測定をすれば固有値がひとつ選ばれる → 点として観測

第14回 1/29

▶ 不確定性関係 $\Delta x \Delta p \sim \hbar$

- ▶ 運動量がはっきり決まった状態
→ 波動関数のノルムが一定
→ 粒子がどこにいるかわからない
- ▶ 局在した波動関数は様々な運動量の状態を重ね合わせて作れる (右図)



運動量を決めれば位置が決まらず, 位置を決めれば運動量が決まらない → 不確定性

▶ 原子の安定性

- ▶ エネルギーの量子化 → 電磁場の放射により**徐々に**エネルギーを失うことはできない
- ▶ 不確定性関係 → 電子が原子核に強く束縛されると運動エネルギーがあがってしまう → 適当な大きさが一番安定

▶ Quantum Biology (Quantum = 量子)

- ▶ <http://www.bbc.co.uk/news/science-environment-21150047>