

## 1 はじめに

遍歴電子系は、ある結晶格子の上に定義され、その格子は点群の対称性で分類される。この時、電子系のバンド構造、そしてフェルミ面は、格子の持つ点群の対称性を持つのが普通である。例えば、4回対称性を持った格子に対して、フェルミ面も同じ4回対称性を持つ。ところが、近年、電子相関効果によって、フェルミ面の対称性が破れる可能性が二次元  $t$ - $J$  模型 [1] や Hubbard 模型 [2] で示された。すぐ後に拡張 Hubbard 模型 [3] でも同様な不安定があることが判明した。これは本質的に新しいタイプの自発的対称性の破れである。自然界には、結晶化(並進対称性の破れ)、強磁性や反強磁性転移[SU(2)対称性の破れ]、超伝導[U(1)対称性の破れ]等が広く知られているが、電子系が結晶の点群の対称性を破るようなものは今まで知られていなかった。最近、このフェルミ面の対称性の破れが、銅酸化物高温超伝導体 [4] やルテニウム酸化物 [5, 6] で議論され始めている。実験的確認を得るにはまだ時間がかかると思われるが、その理論的概念は2005年に確立された [7]。本稿では、文献 [7] に即してその理論的概念を解説すると共に、関連する理論研究や実際の物質との関連を概観する。

$t$ - $J$  模型 [1] や Hubbard 模型 [2] で見つかったフェルミ面の変形は、正方格子上での準粒子の前方散乱効果によるもので、以下の有効相互作用で記述される：

$$-\frac{g}{2N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} d_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}'}. \quad (1)$$

ここで、 $g > 0$ 、 $N$  は格子のサイト数、 $d_{\mathbf{k}} = \cos k_x - \cos k_y$  で  $n_{\mathbf{k}}$  は波数  $\mathbf{k}$  をもつ電子の数演算子である。この相互作用は、 $\mathbf{k} = (0, \pi)$  近傍の準粒子と  $\mathbf{k}' = (0, -\pi)$  近傍の準粒子の間では、 $d_{\mathbf{k}}$  と  $d_{\mathbf{k}'}$  が同じ符号を持つために引力が働くことを示している。一方、 $\mathbf{k} = (0, \pi)$  と  $\mathbf{k}' = (\pi, 0)$  の準粒子の間では、 $-gd_{\mathbf{k}}d_{\mathbf{k}'}$  の符号が正になるので斥力が働く。その結果、図1の赤線で示したように、4回対称性を持ったフェルミ面が  $k_y$  方向に伸び、 $k_x$  方向に縮む(またはその逆)。このような変形は、 $d$  波対称性を持つため  $d$  波フェルミ面変形 ( $d$ -wave Fermi surface deformation,  $d$ FSD) と呼ばれている。また、フェルミ液体論の観点からは、フェルミ液体の不安定性を意味し、その安定性条件を導いた I. J. Pomeranchuk [8] に因んで、 $d$  波 Pomeranchuk 不安定性とも呼ばれている。ただし、 $d$ FSD は  $t$ - $J$  模型等の強相関模型でも有効な概念であること、更に  $d$ FSD は通常、低温で一次相転移である(3節で述べる)ため、Pomeranchuk の安定性条件を破らなくても相転移が起こる、という点には留意する必要がある。銅酸化物高温超伝導体において、電荷ストライプ仮説という枠組みで電子ネマチック相という考え [9] が広まっている。 $d$ FSD は、対称性の観点からは、実は電子ネマチック相と同一であるため、電子ネマチック不安定性と呼ばれることもある。しかし、 $d$ FSD は、準粒子

の前方散乱効果によるものであり、電荷ストライプという概念を必要としない点で物理的起源が異なっている。

$d$ FSD は、超伝導や反強磁性等、他の秩序と競合する。 $t$ - $J$  模型 [1] や Hubbard 模型 [2] を用いた解析では、これらの競合という物理的要素をも含めて議論を進めていく必要があり、 $d$ FSD という新しい物理そのものを議論するには、あまり適切ではない。そこで、 $d$ FSD の有効相互作用 [式 (1)] のみを取り出した現象論的模型を 2 節で導入する。この模型は、熱力学極限で厳密に解くことが出来る。解析結果は 3 節で紹介する。相図、一次転移点近傍でのフェルミ面のソフト化、 $d$ FSD の量子臨界点、Landau 展開の観点からの理解、弱結合極限でのユニバーサルな性質を論じる。4 節では、関連する理論研究、銅酸化物高温超伝導体や二層系ルテニウム酸化物との関連、Jahn-Teller 現象との類似性を述べる。式がいくつか出てくるが、3.6 節を除いて容易に理解出来るはずである。

## 2 $f$ -模型

フェルミ面の  $d$  波対称性の破れを記述する模型として、正方格子上で定義された以下の前方散乱模型 ( $f$ -模型) を考える:

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \epsilon_{\mathbf{k}}^0 n_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} f_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}'} . \quad (2)$$

ここで、 $n_{\mathbf{k}} = \sum_{\sigma} n_{\mathbf{k}\sigma}$  はスピン和を含めた波数  $\mathbf{k}$  の電子の数演算子で、 $N$  は格子のサイト数である。 $t, t', t''$  を正方格子上で最近接、次近接、第三近接間のホッピングの大きさとすれば、電子のバンド分散は

$$\epsilon_{\mathbf{k}}^0 = -2 [t(\cos k_x + \cos k_y) + 2t' \cos k_x \cos k_y + t''(\cos 2k_x + \cos 2k_y)] \quad (3)$$

で与えられる。前方散乱の相互作用として、

$$f_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = u - g d_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}'} \quad (4)$$

を考える。 $u \geq 0, g > 0$ 、そして  $d_{\mathbf{k}} = \cos k_x - \cos k_y$  は  $d_{x^2-y^2}$  波の形状因子である。第一項は、電子間のクーロン斥力に起因し、系の一樣圧縮率を抑制する。3.4 節で示すが、この相互作用は量子臨界点を導く際に重要な寄与をする。第二項は  $t$ - $J$  模型 [1]、Hubbard 模型 [2]、拡張 Hubbard 模型 [3] で得られた相互作用、式 (1)、であり、フェルミ面の  $d$  波対称性の破れを引き起こす。ハミルトニアン (2) の相互作用項に  $n_{\mathbf{k}} = \langle n_{\mathbf{k}} \rangle + \delta n_{\mathbf{k}}$  を代入して、 $\delta n_{\mathbf{k}}$  の 2 次の項を無視すれば、平均場ハミルトニアンが得られる:

$$H_{\text{MF}} = \sum_{\mathbf{k}} \epsilon_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \delta \epsilon_{\mathbf{k}} \langle n_{\mathbf{k}} \rangle . \quad (5)$$

ここで、 $\epsilon_{\mathbf{k}} = \epsilon_{\mathbf{k}}^0 + \delta \epsilon_{\mathbf{k}}$  は繰り込まれたバンド分散で、元のバンド分散からのシフトは

$$\delta \epsilon_{\mathbf{k}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}'} f_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \langle n_{\mathbf{k}'} \rangle = u n + \eta d_{\mathbf{k}} \quad (6)$$

となる。  $n = N^{-1} \sum_{\mathbf{k}} \langle n_{\mathbf{k}} \rangle$  は平均電子数で、

$$\eta = -\frac{g}{N} \sum_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}} \langle n_{\mathbf{k}} \rangle \quad (7)$$

である。式 (7) の右辺は、  $d_{\mathbf{k}}$  の形状因子を含むため、運動量分布  $\langle n_{\mathbf{k}} \rangle$  が正方格子の対称性を持っている限り  $\eta = 0$  となる。したがって、  $\eta$  はフェルミ面の対称性の破れを記述する秩序変数である。格子点あたりのグランドカノニカルポテンシャルは、平均場ハミルトニアン (5) から計算出来て、

$$\omega = \frac{\eta^2}{2g} - \frac{u}{2} n^2 - \frac{2T}{N} \sum_{\mathbf{k}} \log(1 + e^{-(\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu)/T}) \quad (8)$$

となる。安定性条件、  $\frac{\partial \omega}{\partial \eta} = 0$ 、  $\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$  ( $\mu$  は固定) より、秩序変数の自己無撞着方程式

$$\eta = -\frac{2g}{N} \sum_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}} f(\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu) \quad (9)$$

と電子数密度を与える方程式

$$n = \frac{2}{N} \sum_{\mathbf{k}} f(\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu) \quad (10)$$

が各々得られる。ただし、  $f(\xi) = (e^{\xi/T} + 1)^{-1}$  はフェルミ分布関数である。式 (6) で見たように  $n$  が  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  に含まれているため、  $u \neq 0$  の時、式 (9) と式 (10) は結合する。式 (9),(10) は、  $\langle n_{\mathbf{k}} \rangle = 2f(\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu)$  ということからも直ちに導くことが出来る。

ハミルトニアン (2) は電子間散乱に伴う運動量移行がゼロであり、純粋な前方散乱のみを扱っている。そのため、上述した平均場理論は熱力学極限で厳密な解析である。なお、ハミルトニアン (2) は、四極子密度間の相互作用 [10] を考えた模型 [11] を平均場近似した時に得られるハミルトニアンと同一になる。よって、四極子密度の観点からも  $d$  波フェルミ面の変形を論じることが出来る。

### 3 $f$ -模型の解析結果

正方格子上で定義された電子系では、通常、バンド分散  $\epsilon_{\mathbf{k}}^0$  は  $(\pi, 0)$  と  $(0, \pi)$  に鞍点を持ち、結果として状態密度は、対応するエネルギーで van Hove の特異性、ここでは対数特異性を持つ。最初に、このような状態を再現するバンドパラメタとして、  $t'/t = -1/6$ 、  $t'' = 0$  を取って、式 (9) と (10) を数値的に解き、  $d$ FSD の典型的な振る舞いを明らかにする (3.1, 3.2 節)。低温で一次相転移になることが分かるが、一次転移点近傍にも拘らず、フェルミ面の変形の強い揺らぎが期待出来ることを 3.3 節で示す。3.4 節では、鞍点が  $(\pi, 0)$  と  $(0, \pi)$  からずれるようなバンドパラメタをとった場合を考える。この時、フェルミ面の対称性の破れの量子臨界点の実現し得る。3.5 節では、自由エネルギーの Landau 展開を用いて、フェルミ面の対称性の破れを論じる。最後に (3.6 節)、弱結合極限では相図が一つのエネルギースケールで完全に特徴付けられ、種々のユニバーサルな関係が存在することを示す。

### 3.1 典型的な相図

最初に式 (4) で  $u = 0$  とする。化学ポテンシャル  $\mu$  と温度  $T$  の相図は図 2(a) のようになる。緑線は二次相転移線で、低温で一次相転移（赤線）に変化する。二次相転移の終点は三重臨界点であり、Landau 展開 (3.5 節を参照) では、2 次と 4 次の係数が同時にゼロになる点に対応する。破線は高温から続く二次相転移線であるが、実際には一次相転移が先に生じるため、真の相転移線ではない。したがって、 $d$ FSD への相転移温度  $T_c(\mu)$  はドーム型の形状を持つ。 $d$ FSD の不安定性は、主に van Hove 点近傍のフェルミ面上の準粒子の前方散乱によって引き起こされる（図 1 を参考）ために、最高の  $T_c(\mu)$  は van Hove エネルギー  $\epsilon_{\text{vH}}^0 = 4(t' - t'') = -2t/3$  近傍に現れる；図 2(a) で、 $\epsilon_{\text{vH}}^0$  からの僅かなずれは有限温度の効果によるものである。相転移線は  $\mu = \epsilon_{\text{vH}}^0$  軸に対してほぼ対称であり、 $t' = 0$  とすれば、完全に対称になる。 $T_c$  以下ではフェルミ面は  $k_y$  方向に伸び、 $k_x$  方向に縮む（またはその逆）。図 2(b)、(c) は、低温での対称性の破れたフェルミ面である。灰色のフェルミ面は  $g = 0$  とした時の結果である。二次相転移点のごく近傍を除いて、開いたフェルミ面が通常実現する。図 2(d) は、図 2(a) を電子数密度  $n$  の関数としてプロットし直したものである。高温で二次相転移であることは変わらないが、三重臨界点以下で相分離が生じる。低温では  $\mu$  の関数として一次相転移であった [図 2(a)] ために、転移に伴って  $n$  が不連続的に  $n_1$  から  $n_2 (> n_1)$  へ変化する。相分離領域の幅はその変化の大きさ  $n_2 - n_1$  に対応する。電子数が  $n_1 < n < n_2$  の時、 $\frac{n_2 - n}{n_2 - n_1}$  と  $\frac{n - n_1}{n_2 - n_1}$  という体積比で  $n_1$  と  $n_2$  という電子数を持った相に分離し、前者の相では対称な（対称性の破れた）フェルミ面が、後者の相では対称性の破れた（対称な）フェルミ面が図 2(d) の左（右）の相分離領域で実現する。

### 3.2 一様な斥力相互作用 $u$ の効果

式 (4) の  $u$  項は系の一様圧縮率を抑制するので、相分離を抑制し低温で二次相転移を導く可能性がある。図 3 は、 $u = 0$  (a)、 $u/t = 1$  (b)、 $u/t = 10$  (c) とした時の  $n$ - $T$  相図である。 $u \neq 0$  とし、かつ小さい結合定数  $g/t = 0.5$  を用いたが、相図の特徴は図 2 と同じである。 $n$ - $T$  相図では二次相転移線は  $u$  によって影響を受けない。しかし、二次相転移線の終点である三重臨界点は、 $u$  を大きくすると低温側に下がり、相分離が強く抑制される。 $\mu$  の関数として見れば一次相転移が抑制される。しかし、図 3(d) にみられるように  $T_{\text{tri}}$  の抑制は  $u$  をある程度大きくすると飽和する。したがって、 $u$  項は低温での一次相転移を抑制するものの、一次相転移を二次相転移に変える程、強い効果ではない。この意味で  $d$ FSD の低温での一次相転移は堅固である。

### 3.3 一次相転移近傍でのフェルミ面のソフト化

一次相転移点近傍では揺らぎは臨界的ではない。しかし、それにも拘らず強いフェルミ面の揺らぎが期待出来ることを示す。

$d$ FSD への不安定を記述する圧縮率（ $d$  波圧縮率）

$$\kappa_d = \frac{dn_d}{d\mu_d} \quad (11)$$

は、 $d$ FSDを導くような外的な摂動  $H_d = -\mu_d \sum_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}}$  に対する、期待値  $n_d = N^{-1} \sum_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}} \langle n_{\mathbf{k}} \rangle$  の線形応答を記述する。 $H_d$  の起源として格子の異方性や異方的な圧力等が考えられる。 $d_{\mathbf{k}}$  の形状因子を一定にしたもの ( $s$  波) が、通常の圧縮率  $\kappa = \frac{dn}{d\mu}$  である。ハミルトニアン (2) に対しては、 $d$  波圧縮率はランダム位相近似による表式が厳密になり、

$$\kappa_d = \frac{N_2}{1 - gN_2} \quad (12)$$

で与えられる。ここで  $N_2$  は  $d_{\mathbf{k}}^2$  の重みを付けた状態密度である (3.5 節を参考)。式 (12) の分母

$$S^{-1} = 1 - gN_2 \quad (13)$$

は「ストーナー因子」の逆数である。この量は、相互作用により  $d$  波圧縮率、つまり秩序変数の揺らぎがどの程度増強されているかを表す無次元の量である。図 4 は、一次相転移線上、ただし  $\eta = 0$  の側、に沿って (挿入図)、 $S^{-1}$  を計算した結果である。三重臨界点では  $\kappa_d$  は発散 ( $S^{-1} = 0$ ) し、臨界揺らぎがある。温度を下げると  $S^{-1}$  は有限になり、揺らぎは臨界的ではなくなる。しかし、 $S^{-1}$  の大きさは 1 よりも依然としてかなり小さい。特に、 $g$  を小さくし、更に  $u$  を加えると  $S^{-1}$  は一層抑制される。例えば、 $g = 0.5t$ 、 $u = 10t$  に対しては、相互作用のない時に比べて 25 倍も  $d$  波圧縮率が増強されている。したがって、一次相転移の近傍にも拘らず、 $d$ FSD の強い揺らぎが期待される。

### 3.4 量子臨界点

バンドパラメタ  $t'/t = -1/6$ 、 $t''/t = 0$  の場合の結果を示してきたが、バンド分散が  $(\pi, 0)$  と  $(0, \pi)$  に鞍点を持つ限り、以上の結果は定性的に変わらないと考えられる。もう一つ興味深い状況がある。バンドパラメタが  $t'' > \frac{1}{4}(t + 2t')$  を満たす時 ( $t' \leq 0, t'' > 0$ )、鞍点が  $(\pi \pm \cos^{-1} \alpha, 0)$ 、 $(0, \pi \pm \cos^{-1} \alpha)$  に移動し、 $(\pi, 0)$  と  $(0, \pi)$  は極小点になる。ここで  $\alpha = (t + 2t')/4t''$  で、鞍点でのエネルギーは  $\epsilon_{\text{vH}}^0 = -2(t - 2\alpha^2 t'')$ 。このような状況は現実的なパラメタ領域で生じ得て、ここでは、 $t'/t = -1/6$ 、 $t''/t = 1/5$  とした場合、つまり、 $\alpha = \frac{5}{6}$  で  $\epsilon_{\text{vH}}^0 = -\frac{13}{9}t$  の時の結果について述べる。

結合定数を  $g/t = 0.5$  として、 $u/t = 0, 1, 2$  と変化させた時の  $n$ - $T$  相図を図 5(a)-(c) に示す。 $u = 0$  では転移温度  $T_c(\mu)$  はドーム型の形状を持ち、図 2(d) と似た振る舞いである。 $T_c(\mu)$  の最大値は van Hove エネルギーから大きくずれており、ドームは顕著な非対称性を持つが、これは、van Hove エネルギーに対して状態密度が顕著な非対称性をもつためである (3.5 節、図 7 を参考)。著しい性質は、一様な斥力相互作用  $u$  項 [式 (4)] に対して、 $n$  が小さい側で三重臨界点が大きく抑制され、 $u$  が十分に強くなれば相分離が完全に抑制され量子臨界点の実現することである。その様子が図 5(b)、(c) に示されている。 $n$  が大きい側での三重臨界点は、 $u$  を大きくすると抑制されているだけであり、図 3 の場合と同じ振る舞いである。しかし、 $n$  が小さい側では、 $u$  を大きくしていくと相分離領域が  $T_{\text{tri}}$  の直下に不連続的 [12] に現れ [図 5(b)]、更に  $u$  を大きくすると相分離が消失し量子臨界点の実現する [図 5(c)]。

バンド分散の鞍点が  $(\pi, 0)$ 、 $(0, \pi)$  からずれば常に  $u$  項によって量子臨界点が見れる訳ではない点を注意したい。図 5 は  $g/t = 0.5$  に対して得られた。 $g$  がこの値よりもずっと小さかったり、また大きかったりすると量子臨界点は現れず、 $u$  の効果は図 3 で見たような三重

臨界点の抑制として現れるのみである。量子臨界点を得るには、結合定数  $g$  が適当な大きさをなければならない。

### 3.5 Landau 展開

Landau 展開の観点からフェルミ面の対称性の破れを議論し、数値計算の結果を整理する。グランドカノニカルポテンシャルを秩序変数のべきで 4 次まで展開し、

$$\omega(\eta) - \omega(0) = \frac{1}{2} a_2 \eta^2 + \frac{1}{4!} a_4 \eta^4 + \dots \quad (14)$$

を得る。 $\omega(\eta)$  は式 (8) で与えられ、電子数密度  $n(\eta)$  は式 (10) によって決められる。各々の係数は、 $\omega(\eta)$  の  $\eta$  微分を計算することで得られ、

$$a_2 = g^{-1} - N_2(\bar{\mu}, T), \quad (15)$$

$$a_4 = -N_4''(\bar{\mu}, T) + \frac{3u}{1 + u N_0(\bar{\mu}, T)} [N_2'(\bar{\mu}, T)]^2, \quad (16)$$

となる。ここで、 $\bar{\mu} = \mu - u n(0)$  で、

$$N_p(\bar{\mu}, T) = -\frac{2}{N} \sum_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}}^p f'(\epsilon_{\mathbf{k}}^0 - \bar{\mu}) \quad (17)$$

は  $\bar{\mu}$  近傍での温度  $T$  程度のエネルギー領域で平均化した、 $d_{\mathbf{k}}^p$  という重み付き状態密度である。 $N_p'$  と  $N_p''$  は  $\bar{\mu}$  に関する 1 階、2 階微分である。 $a_2$  は  $\bar{\mu}$  を介してのみ  $u$  に依存するために、 $n$ - $T$  相図 (図 3、5) において二次転移線は  $u$  に依存しない。また、 $a_4$  は  $g$  に依存しない。図 6 は、 $N_0(\bar{\mu}, T)$ 、 $N_2'(\bar{\mu}, T)$ 、 $N_4''(\bar{\mu}, T)$  を  $T = 0$  及び  $0.01t$  についてプロットしたものである。パラメタは  $t'/t = -1/6$ 、 $t''/t = 0$  でバンド分散は、 $(\pi, 0)$  と  $(0, \pi)$  に鞍点を持つ (図 2、3 に対応)。  $T = 0$  では、 $\bar{\mu} \rightarrow \epsilon_{\text{vH}}^0$  とすると  $N_p(\bar{\mu}, T)$  は対数的に発散し、 $N_2'(\bar{\mu}, T) \propto -(\bar{\mu} - \epsilon_{\text{vH}}^0)^{-1}$ 、 $N_4''(\bar{\mu}, T) \propto (\bar{\mu} - \epsilon_{\text{vH}}^0)^{-2}$  という特異性が  $\epsilon_{\text{vH}}^0$  近傍に現れる。これらの特異性は、 $T \neq 0$  では  $|\bar{\mu} - \epsilon_{\text{vH}}^0| < T$  の範囲で丸められる。

二次相転移の条件は、 $a_2 = 0$ 、つまり、 $gN_2(\bar{\mu}, T) = 1$  で与えられるが、この時少なくとも 4 次の係数  $a_4$  は正である必要がある。一方、 $a_4$  が負であれば、二次転移は実際には生じず、必然的に一次転移になる。 $u = 0$  の時、図 6(c)、(f) から分かるように、 $T \ll |\bar{\mu} - \epsilon_{\text{vH}}^0|$  では  $a_4 = -N_4''(\bar{\mu}, T)$  は負になり、一方、 $\bar{\mu} = \epsilon_{\text{vH}}^0$  では  $T > 0$  で  $a_4$  は常に正である。したがって、転移は  $T \ll |\bar{\mu} - \epsilon_{\text{vH}}^0|$  では一次転移になり、van Hove エネルギー近くの有限温度では二次転移が期待される (図 2、3)。  $u > 0$  の時、 $a_4$  に対して正の寄与が加わり、一次転移が抑制される。しかし、その寄与は高々、 $3[N_2'(\bar{\mu}, T)]^2/N_0(\bar{\mu}, T)$  である。 $\mu \approx \epsilon_{\text{vH}}^0$  近傍では [13]、その項は、 $1/\log |\bar{\mu} - \epsilon_{\text{vH}}^0|$  のオーダーだけ  $N_4''(\bar{\mu}, T)$  よりも小さくなるため、 $N_4''(\bar{\mu}, T)$  が依然として支配的である。したがって、 $u$  項は相図上で三重臨界点をより低温まで下げるが、 $T = 0$  での二次相転移を導くほど強くない (図 3)。

しかし、 $t'/t = -1/6$ 、 $t''/t = 1/5$  のパラメタに対しては状況は異なる。 $N_p(\bar{\mu}, T)$  は低温で van Hove エネルギーでの対数特異性以外に、より小さい  $\bar{\mu}$  の側で、ステップ構造を持つ (図 7)。これは、 $(\pi, 0)$  と  $(0, \pi)$  でバンド分散が極小値をもつことに起因する。このステップが生じる領域で、 $N_0(\bar{\mu}, T)$  は有限値に留まっているが、 $N_2'(\bar{\mu}, T)$  は低温でとても大きくなる。

その結果、 $u$  項によって  $a_4$  の符号を反転させ、正にすることが出来る。更に、 $u$  項は、 $\omega(\eta)$  の  $\eta \neq 0$  での極小値を高エネルギー側に押しやる。こうして、二次転移点、つまり量子臨界点の実現する [図 5(c)]。結合定数  $g$  が十分に小さい時には、相転移は  $\bar{\mu} \approx \epsilon_{\text{vH}}^0$  のごく近傍のみで生じるために、 $N_p$  のステップ構造は相転移には関係しない。相転移は一次転移になる。同様に、 $g$  が十分大きいときには、ステップ構造より離れた  $\bar{\mu}$  で、 $d\text{FSD}$  の不安定が生じるために、やはりステップ構造は相転移には関係せず一次相転移になる。量子臨界点を得るには、ステップ構造が相転移に関係するよう、 $g$  は適当な大きさをなければいけない。

### 3.6 弱結合極限: ユニバーサルな量

結合定数  $g$  が十分に小さい時、フェルミ面の対称性の破れは、van Hove フィリングの近傍で生じる。この時、相転移は  $\epsilon_{\mathbf{k}}^0$  の鞍点近傍の運動量を持った準粒子によって主に引き起こされる。 $u = 0$  として、 $\epsilon_{\mathbf{k}}^0$  が  $\mathbf{k}_A = (0, \pi)$  と  $\mathbf{k}_B = (\pi, 0)$  に鞍点を持つ場合を考える。鞍点の位置が他の場合への拡張は容易である。 $\epsilon_{\mathbf{k}_{A,B}}^0 = 0$  となるようにエネルギー原点を取り直して、更に運動量を鞍点から測り直して、適当な座標変換を行えば、鞍点近傍でのバンド分散は、

$$\epsilon_{\mathbf{k}}^0 = \frac{1}{2m} k_+ k_- \quad (18)$$

と書くことが出来る。 $m > 0$  で、運動量はカットオフ  $\Lambda$  以下、つまり  $|k_{\pm}| \leq \Lambda$  に制限されている。鞍点近傍では  $d_{\mathbf{k}}$  は滑らかなので、 $\mathbf{k} \approx \mathbf{k}_{A(B)}$  では  $d_{\mathbf{k}} = 1(-1)$  とする。この時、式 (9) を解析的に解くことが出来る。その結果、 $d\text{FSD}$  の相転移は一つのエネルギースケールで特徴付けられ、したがって異なる物理量の比はユニバーサルな値になることが導かれる。

van Hove フィリングでの  $T_c$  を  $T_0$  とすれば (図 8 を参照)

$$T_0 = \frac{2e^\gamma}{\pi} \epsilon_\Lambda e^{-1/(2\bar{g})} \quad (19)$$

で与えられる。ここで、 $\epsilon_\Lambda = \Lambda^2/2m$  はカットオフエネルギー、 $\bar{g} = (2m/\pi^2)g$  は無次元化した結合定数、 $\gamma = 0.577$  はオイラー定数。なお、式 (19) は、係数の値を含めて BCS 理論における超伝導転移温度の式と同一である。秩序変数の大きさは、 $T = 0$  で

$$\eta_0 = \pm e \epsilon_\Lambda e^{-1/(2\bar{g})} \quad (20)$$

となり、式 (19) と同じエネルギースケールを持つ。三重臨界点、 $(T_{\text{tri}}, \mu_{\text{tri}})$  は

$$T_{\text{tri}} = e^{-\alpha} \epsilon_\Lambda e^{-1/(2\bar{g})}, \quad (21)$$

$$\mu_{\text{tri}} = \pm 1.911 e^{-\alpha} \epsilon_\Lambda e^{-1/(2\bar{g})}, \quad (22)$$

となり、やはり同じエネルギースケールを持つ。 $\alpha = 0.4515$  で  $\mu$  は van Hove エネルギーから測っている。 $T = 0$  での一次転移点  $\mu_1$  及びその点での秩序変数のジャンプの大きさ  $\eta_1$  は、

$$\mu_1 = \pm e^{1+1/(2\bar{g}_1)} \epsilon_\Lambda e^{-1/(2\bar{g})}, \quad (23)$$

$$\eta_1 = \pm 1.720 e^{1+1/(2\bar{g}_1)} \epsilon_\Lambda e^{-1/(2\bar{g})}, \quad (24)$$

となる。ここで、 $\tilde{g}_1 = -0.692$ 。以上、全ての量が同じ  $\epsilon_\Lambda e^{-1/(2\tilde{g})}$  というエネルギースケールを持っており、相図はこの一つのエネルギースケールで特徴付けられる。したがって、異なる物理量の比をとれば、ユニバーサルな関係が得られる。例えば、

$$\frac{T_{\text{tri}}}{T_0} = \frac{\pi e^{-\alpha}}{2e^\gamma} = 0.5615, \quad (25)$$

$$\frac{\mu_{\text{tri}}}{T_{\text{tri}}} = \pm 1.911, \quad (26)$$

である。なお、このようなユニバーサルな値は弱結合極限で得られるものであるが、 $g$  が大きい場合であっても相図を特徴付ける良い量となっている。 $t'/t = -1/6$ ,  $t'' = 0$ ,  $u = 0$  のパラメタに対して、 $g = 0.5t$  の時、1%の誤差範囲、 $g = 1.0t$  の時は、5%程度の誤差範囲で相図を特徴付けている。本節では紙面の都合上、式の導出方法を省略したが、興味を持たれた方は文献 [7] の V 節を見て頂きたい。

## 4 多様な広がり

ハミルトニアン (2) は、フェルミ面の対称性の破れを解析する最も基本的な模型である。この模型を超えた様々な理論研究や、銅酸化物高温超伝導体やルテニウム酸化物を始めとする実際の物質での実現可能性に関して整理をする。

### 4.1 理論的知見

$d$ FSD の不安定性が最初に議論されたのは、 $t$ - $J$  模型や Hubbard 模型という電子の多体効果を研究する模型である。 $t$ - $J$  模型では、slave-boson 平均場近似 [1]、厳密対角化 [14]、変分モンテカルロ [15] という手法で  $d$ FSD の強い相関が確認されている。ただし、最も強い相関は、 $d$  波超伝導であり、 $d$ FSD の不安定性そのものは現れない可能性が高い [1, 15]。しかし、その場合であっても模型は  $d$ FSD の強い相関を持っており、結果として、 $xy$  異方性という、結晶構造等に起因するような外的摂動に対して大きな応答を示す [1]。この考えは、後に述べる銅酸化物高温超伝導体との関連で重要となる。 $d$ FSD の不安定性は van Hove エネルギー近傍で生じることを 3 節で示したが、 $t$ - $J$  模型という強相関模型では、広いホール濃度領域で  $d$ FSD の強い相関が存在する；ハーフフィリングに近づくにつれ相関は大きくなる。 $t$ - $J$  模型での  $d$ FSD の揺らぎの解析は、ランダム位相近似の範囲で解析が行われている [16]。特に低温では、超伝導が安定化するが、その状態で  $d$ FSD の集団励起、つまり共鳴ピーク [17] が存在することが明らかにされた。

一方、Hubbard 模型では、弱相関領域で主に解析が行われており、 $d$ FSD の相関は van Hove エネルギー近傍で発達する [2, 18, 19, 20, 21]。はっきりしないのは、模型が  $d$ FSD の不安定性を示すか否かであり、結果は解析手法に依存する。連続ユニタリ変換を用いた繰り込み群の手法では、 $d$ FSD の不安定性が見つかっている [18]。一方、温度をカットオフにとった汎関数繰り込み群では、 $d$  波超伝導の不安定性が最も強く、 $d$ FSD は強い揺らぎとして残っている [20, 21]。これは  $t$ - $J$  模型での結果と同じである。繰り込みを行った 2 次までの摂動展開では、 $T = 0$  で  $d$ FSD が  $d$  波超伝導と共存した解が見つかっている [19]。Hubbard 模型の強結合領域での  $d$ FSD の解析はほとんどなく、今後の研究が待たれる。



より一般的な観点から  $d$  波超伝導との競合を調べるために、ハミルトニアン (2) に BCS 相互作用を加えた模型が厳密に解析された [22]。BCS 相互作用の大きさを変えることで、超伝導と  $d$ FSD の共存や超伝導状態中での  $d$ FSD への量子連続相転移等多彩な可能性が明らかにされた。また、後に述べる二層系ルテニウム酸化物との関連として、 $d$ FSD 不安定性に対する磁場効果がハミルトニアン (2) を用いた厳密な解析を通して明らかにされた [23]。

ハミルトニアン (2) の相互作用項に僅かな運動量移行を許すことで  $d$ FSD の揺らぎを調べることが出来る。特に、図 5(c) で実現した量子臨界点近傍での揺らぎは、Brillouin ゾーン の対角方向を除いて (この  $k$  依存性は  $d_k$  という形状因子に起因する) 非フェルミ液体を導くことが示された [24]。同時に臨界点近傍での一粒子スペクトラムの詳細な解析も行われた [25, 26]。また、電気抵抗率の  $T$  依存性が  $\rho \propto T^{3/2}$ 、不純物散乱が存在する時は、残留抵抗率を  $\rho_0$  として、 $\rho - \rho_0 \propto T$  となることも最近明らかにされた [27]。

図 1 に示した 2 つの  $d$ FSD の状態は縮退している。結果として、系に  $xy$  異方性が全くなければ、実際の物質では  $d$ FSD のドメイン構造が生じることが期待される。マクロに異方性が現れず、 $d$ FSD の直接観測を難しくする。そこで、不純物周りで形成されるフリーデル振動に注目し、局所的な状態密度の空間的異方性を測定する方法が理論的に提案された [28]。

格子上ではなく、連続空間内でのフェルミ面の対称性の変化という観点から理論を展開することも出来る。格子系との主な相違点は、揺らぎの性質である。フェルミ面は連続対称性を破るため、Goldstone ボソンが対称性の破れた状態で存在する [10]。また、有限温度での相転移は 2 次元では存在しなくなる。2 次元電子ガスの高 Landau 準位で見つかった電気抵抗の大きな異方性 [29, 30] は、連続空間内でのフェルミ面の対称性の破れによるもの (文献 [31] ではネマチック相という言葉が使われている) として解析がなされている [31]。

本稿で議論したのは、 $d$  波的なフェルミ面の対称性の破れが電子間の相互作用によって引き起こされる場合で、以下で議論するように銅酸化物高温超伝導体やルテニウム酸化物と関連する。より一般的な観点からは、他の対称性を持ったフェルミ面の変形 [32] やスピン間の相互作用 (スピン依存の Pomeranchuk 不安定としばしば呼ばれている) [23, 33] を考えることも出来る。特に、 $\text{URu}_2\text{Si}_2$  で議論されている「隠れた秩序」として、スピン間の相互作用による  $p$  波のフェルミ面変形の可能性が議論されている [34]。

## 4.2 銅酸化物高温超伝導体

$t$ - $J$  模型や Hubbard 模型で  $d$ FSD という新しい可能性が議論されたことから、銅酸化物高温超伝導体での異常物性との関連は興味深い。 $t$ - $J$  模型の解析 [1, 15] によれば、 $d$  波超伝導状態が最も安定であるが、電子系は  $d$ FSD の大きな感受率も持っている。そのため、理論上無視してもよいと思われる僅かな  $xy$  異方性に対して系は大きな応答を示す。

$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+y}$  (YBCO) 系の結晶構造は、超伝導が安定化するようなキャリア濃度領域で  $xy$  異方性を持っている。多くの場合、結晶は双晶構造も持つためバルクに  $xy$  異方性が現れることはない。しかし、最近、双晶構造を取り除いたような大型の単結晶が合成され中性子散乱実験が行われた [4]。その結果、エネルギーを固定した二次元の運動量空間で、磁気励起スペクトラムに顕著な異方性が観測された。興味深いことに、その異方性はホール濃度を低くすると、また  $T_c$  近傍という比較的高い温度で顕著になる。このような振る舞いは、 $d$ FSD の相関が背後にあると考えるとよく理解出来ることが、 $t$ - $J$  模型を用いた包括的な計算から

示された [35]。

La 系銅酸化物高温超伝導体は、ホール濃度と温度に依存して、高温正方晶 (HTT)、低温斜方晶 (LTO)、低温正方晶 (LTT) という 3 つの結晶構造を示す。HTT や LTO では、 $xy$  異方性がないため、 $d$ FSD と結合する外場はない [36]。したがって、系に大きな  $xy$  異方性は現れない。しかし、LTT では、各  $\text{CuO}_2$  面は  $xy$  異方性を持ち、その異方性の方向が  $z$  方向に交替している。その結果、フェルミ面が格子との結合を通して各  $\text{CuO}_2$  面で  $d$  波的に強く変形し、それが  $z$  方向に交替する。実際には、弱い面間の相互作用があるため、最終的なフェルミ面はホールのなものと電子的なものからなる (図 9)[1]。したがって、LTO から LTT への構造相転移を介して、フェルミ面の変形が期待される。このフェルミ面の変形はまだ実験で直接観測されるには至っていない。一方、La 系の磁気励起の多くの著しい特徴は、フェルミ面近傍の電子正孔励起を考えると良く理解できることが示されている [38, 39]。したがって、間接的には、フェルミ面の変形は低エネルギーの非整合反強磁性散乱ピーク [40] の位置に変化を与える。実際、 $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$  ( $x = 0.125$ ) でこのようなピーク位置の変化が最近、観測された [41]。

銅酸化物高温超伝導体では、反強磁性秩序を背景にして電荷が一次的に秩序化しているという「電荷ストライプ」の考えが多くの研究者の興味をひいている [42]。特に電荷ストライプが揺らぎ、4 回回転対称性のみが破れているような状態は、電子ネマチックと呼ばれている [9]。1 節で触れたように、 $d$ FSD の状態は、対称性の観点から電子ネマチック相と同一であるが、物理的起源が異なる。特に、La 系では、電荷ストライプに基づいた議論が頻繁に行われ、文献 [41] で見られた非整合磁気散乱ピーク位置の変化も同様である。しかし、 $d$ FSD の効果のみを考え、電荷ストライプを考えない範囲で既に多くの磁気励起の特徴が理解出来る [38, 39]。電荷秩序の効果は、( 繰り込んだ ) ランダム位相近似を超えたより高次の補正を与える効果であると考えられる。

### 4.3 二層系ルテニウム酸化物

二層系ルテニウム酸化物  $\text{Sr}_3\text{Ru}_2\text{O}_7$  の電子構造は、バンド計算 [43, 44] によれば、トリプレット超伝導として有名な一層系ルテニウム酸化物  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  と似ている。しかし、基底状態は常磁性であり、強磁性転移近傍に位置すると考えられている。磁場を加えると、メタ磁性転移を示す。その転移磁場近傍で非フェルミ液体の振る舞いが様々な物理量で見つかっている。非フェルミ液体的振る舞いは、しばしばメタ磁性量子臨界終点 (QCEP) があるためではないか、と議論されていた [45]。しかし、より純良な試料で実験を行うと、実は QCEP は存在せず、その代わりにドーム型の転移温度を持った秩序相とおぼしきものが安定化していることが分かった [5]。メタ磁性転移はその「秩序相」への一次相転移に伴って生じていた。Grigera ら [5] は、「秩序相」は  $d$ FSD の不安定性に対応していると議論し、その可能性を支持する実験結果がつい最近得られた [6]。

非フェルミ液体的振る舞い、メタ磁性転移、「秩序相」の実態、存在がささやかれていた QCEP、これらの関連が混沌としている。そこで「磁場中での  $d$ FSD の不安定性」という観点からどこまで理解が得られるか、という問題意識でハミルトニアン (2) に Zeeman 結合項を加えたモデルが包括的に調べられた [23, 46]。その結果、QCEP を考えなくても、磁化率や比熱の温度依存性に見られた非フェルミ液体的振る舞い、相図の概略、メタ磁性転移 [47]、

という多くの著しい特徴が、「van Hove 特異点近傍での  $d$ FSD 不安定」という枠組みで理解出来ることが示された [46]。磁場中であっても  $d$ FSD の相図は一つのエネルギースケールで特徴付けられ (3.6 節)、ユニバーサルな比が得られる。これらの比の絶対値は、実験結果と比較可能であるが、実験で提案されている相図から得られる数値と完全には一致していない [23]。他の理論として、QCEP を考えるもの [48, 49] や「秩序相」として電荷不均一を考えるもの [50] がある。二層系ルテニウム酸化物での  $d$ FSD の不安定を確立するには、今後、更に詳細な研究が実験理論共々必要な状況である。

#### 4.4 Jahn-Teller 効果との相違

「 $d$ FSD は Jahn-Teller 効果みたいなものだ」ということを著者は時々聞くことがある。そこで「みたい」の意味を述べる。

Jahn-Teller 効果とは結晶構造の歪みによって電子軌道の縮退、金属ではバンドの縮退を除き、系を安定化させることである。一方、 $d$ FSD は準粒子の前方散乱効果によるものであり、格子との結合によるものではない。また、バンドの縮退を解く訳ではない。Jahn-Teller 効果とは本質的に異なる。しかし、類似点はある。バンド分散は、 $(\pi, 0)$  と  $(0, \pi)$  に「縮退」した二つの鞍点を持っている。 $d$ FSD 不安定性によってその「縮退」が除かれる。結果として、状態密度の van Hove 特異性が二つに分裂し系が安定化する。

理論上、格子との結合の有無を議論することは可能であるが、実際の物質では常に格子との結合がある。したがって、物質内で  $d$ FSD の不安定が生じれば、格子変形も生じるはずである。実験的な観点から  $d$ FSD と Jahn-Teller 効果をどう区別したら良いか、という問題が生じる。バンドの縮退の有無、van Hove 特異点近傍にフェルミエネルギーが存在するか、不安定性の生じる領域や相図の形状は図 2 と似ているか否か、等がまず簡単な判断材料になるであろう。この意味で、 $xy$  異方性を持つような構造相転移を起す層状物質群 ( $xy$  異方性が層ごとに交替してバルクに異方性がなくても良い) に注目し、 $d$ FSD という新しい現象が隠れている可能性を追求してみることは興味深い。

## 5 おわりに

$d$  波のフェルミ面の変形 ( $d$ FSD) は、準粒子の前方散乱効果によってフェルミ面が結晶格子の持つ点群の対称性を自発的に破る、という新しいタイプの秩序状態に導く。この不安定性は、 $d$  波 Pomeranchuk 又は電子ネマチックと呼ばれることもある。 $d$ FSD のミニマル模型 (2) の厳密な解析を通して、その理論的概念を解説した。4 節では、ミニマル模型を超えた様々な理論研究や実際の物質での実現可能性を概観した。特に、銅酸化物高温超伝導体や二層系ルテニウム酸化物の異常電子物性の理解に対し、 $d$ FSD の考えは明確な筋道を与える。実験的にはこれらを含めた様々な物質で、 $d$ FSD という新奇な対称性の破れを実証することが、新しい物理概念の確立に繋がり、同時に固体物性の新しい局面を切拓くであろう。理論的には、電子相関の物理をより深める必要がある。 $d$ FSD は電子相関によって生じる一方、その電子相関は超伝導や反強磁性等、他の相互作用も同時に引き起こし、電子系はお互いに同じようなエネルギースケールを持った競合状態にある。その電子液体状態の理論構築は、

近年盛んになりつつあるスピン液体状態の理論構築とも関連し、物性理論の豊かな研究テーマを与えている。

## 6 謝辞

本研究は、Andrey A. Katanin、河野浩、Walter Metzner、宮永昭治、Vadim Oganesyan という方々との共同研究に基づいています。また、理論的側面では、Ole K. Andersen、Luca Dell'Anna、長谷川泰正、Carsten Honerkamp、Giniyat Khaliullin、Dirk Manske、Achim Rosch、Roland Zeyher、更に実験的側面に関しましては、藤田全基、Vladimir Hinkov、Bernhard Keimer、木村宏之、Andrew P. Mackenzie、松田雅昌、Robin S. Perry、山田和芳という先生方に大変に有意義な議論をして頂きました。ここに深く感謝申し上げます。本原稿の執筆に際し、河野浩先生から貴重なコメントを頂きましたこと、厚く御礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] H. Yamase and H. Kohno: J. Phys. Soc. Jpn. **69** (2000) 332; **69** (2000) 2151.
- [2] C. J. Halboth and W. Metzner: Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 5162.
- [3] B. Valenzuela and M. A. H. Vozmediano: Phys. Rev. B **63** (2001) 153103.
- [4] V. Hinkov, S. Pailhès, P. Bourges, Y. Sidis, A. Ivanov, A. Kulakov, C. T. Lin, D. Chen, C. Bernhard, and B. Keimer: Nature (London) **430** (2004) 650; V. Hinkov, P. Bourges, S. Pailhès, Y. Sidis, A. Ivanov, C. T. Lin, D. Chen, and B. Keimer: cond-mat/0601048.
- [5] S. A. Grigera, P. Gegenwart, R. A. Borzi, F. Weickert, A. J. Schofield, R. S. Perry, T. Tayama, T. Sakakibara, Y. Maeno, A. G. Green, and A. P. Mackenzie: Science **306** (2004) 1154.
- [6] R. A. Borzi, S. A. Grigera, J. Farrell, R. S. Perry, S. J. S. Lister, S. L. Lee, D. A. Tennant, Y. Maeno, and A. P. Mackenzie: Science **315** (2007) 214.
- [7] H. Yamase, V. Oganesyan, and W. Metzner: Phys. Rev. B **72** (2005) 35114.
- [8] I. J. Pomeranchuk: Sov. Phys. JETP **8** (1958) 361.
- [9] S.A. Kivelson, E. Fradkin, and V.J. Emery: Nature **393** (1998) 550.
- [10] V. Oganesyan, S. A. Kivelson, and E. Fradkin: Phys. Rev. B **64** (2001) 195109.
- [11] H.-Y. Kee, E.H. Kim, and C.-H. Chung: Phys. Rev. B **68** (2003) 245109; I. Khavkine, C.-H. Chung, V. Oganesyan, and H.-Y. Kee: Phys. Rev. B **70** (2004) 155110.
- [12] 相分離が不連続的に現れることから分かるように、 $u/t = 1$  の時、 $n$  が小さい側での二次相転移の終点では、Landau 展開の 4 次の項は正であり、よって終点は三重臨界点ではない。図 5(b) 中での  $T_{\text{tri}}$  という表記は本当は適切ではない点を断っておく。

- [13] van Hove エネルギーから離れた領域では、 $a_4$  を数値的に計算する。 $t'/t = -1/6$ ,  $t'' = 0$  に対して計算した結果、 $u$  項は、 $N_4''(\bar{\mu}, T)$  の大きさをかなり小さくするものの、 $a_4$  の符号を反転させることは出来ないことが確かめられる。したがって、低温では一次相転移になる。
- [14] A. Miyanaga and H. Yamase: Phys. Rev. B **73** (2006) 174513.
- [15] B. Edegger, V. N. Muthukumar, and C. Gros: Phys. Rev. B **74** (2006) 165109.
- [16] H. Yamase: Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 266404.
- [17] 銅酸化物高温超伝導体の枠組みでしばしば議論される、 $\mathbf{q} = (\pi, \pi)$  に現れる磁気励起の共鳴ピークとは異なる。 $d$ FSD の共鳴ピークは電荷励起であり  $\mathbf{q} \approx (0, 0)$  近傍に現れる。
- [18] I. Grote, E. Körding, and F. Wegner: J. Low Temp. Phys. **126** (2002) 1385; V. Hankevych, I. Grote, and F. Wegner: Phys. Rev. B **66** (2002) 94516.
- [19] A. Neumayr and W. Metzner: Phys. Rev. B **67** (2003) 035112.
- [20] C. Honerkamp, M. Salmhofer, and T. M. Rice: Eur. Phys. J. B **27** (2002) 127.
- [21] A. P. Kampf and A. A. Katanin: Phys. Rev. B **67** (2003) 125104.
- [22] H. Yamase and W. Metzner: Phys. Rev. B **75** (2007) 155117.
- [23] H. Yamase: Phys. Rev. B **76** (2007) 155117.
- [24] W. Metzner, D. Rohe, and S. Andergassen: Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 066402.
- [25] L. Dell'Anna and W. Metzner: Phys. Rev. B **73** (2006) 45127.
- [26] J. Rech, C. Pépin, and A. Chubukov: Phys. Rev. B **74** (2006) 195126.
- [27] L. Dell'Anna and W. Metzner: Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 136402.
- [28] H. Doh and H.-K. Kee: Phys. Rev. B **75** (2007) 233102.
- [29] M. P. Lilly, K. B. Cooper, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West: Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 394.
- [30] R. R. Du, D. C. Tsui, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West: Solid State Commun. **109** (1999) 399.
- [31] E. Fradkin, S. A. Kivelson, E. Manousakis, and K. Nho: Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 1982.
- [32] J. Quintanilla and A. J. Schofield: Phys. Rev. B **74** (2006) 115126.
- [33] C. Wu, K. Sun, E. Fradkin, and S.-C. Zhang: Phys. Rev. B **75** (2007) 115103.

- [34] C. M. Varma and L. Zhu: Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 36405.
- [35] H. Yamase and W. Metzner: Phys. Rev. B **73** (2006) 214517.
- [36] LTO であっても LTT へのソフトフォノンが存在する [37] ため、動的なフェルミ面の変形が期待される。この時、測定プローブの持つエネルギースケールに依存して、 $d$ FSD の効果を議論できる [1]。
- [37] T. R. Thurston, R. J. Birgeneau, D. R. Gabbe, H. P. Jenssen, M. A. Kastner, P. J. Picone, N. W. Preyer, J. D. Axe, P. Böni, G. Shirane, M. Sato, K. Fukuda, and S. Shamoto: Phys. Rev. B **39** (1989) 4327.
- [38] H. Yamase and H. Kohno: J. Phys. Soc. Jpn. **70** (2001) 2733.
- [39] H. Yamase: Phys. Rev. B **75** (2007) 14514.
- [40] La 系銅酸化物では磁気散乱ピークが  $\mathbf{q} = (\pi, \pi \pm 2\pi\delta)$ ,  $(\pi \pm 2\pi\delta, \pi)$  に現れることが知られている。これを非整合ピークと言い、 $\delta$  は非整合度と呼ばれている。
- [41] M. Fujita, H. Goka, K. Yamada, J. M. Tranquada, and L. P. Regnault: Phys. Rev. B **70** (2004) 104517.
- [42] S. A. Kivelson, I. P. Bindloss, E. Fradkin, V. Oganesyan, J. M. Tranquada, A. Kapitulnik, and C. Howald: Rev. Mod. Phys. **75** (2003) 1201.
- [43] I. Hase and Y. Nishihara: J. Phys. Soc. Jpn. **66** (1997) 3517.
- [44] D. J. Singh and I. I. Mazin: Phys. Rev. B **63** (2001) 165101.
- [45] S. A. Grigera, A. P. Mackenzie, A. J. Schofield, S. R. Julian, and G. G. Lonzarich: Int. J. Mod. Phys. B **16** (2002) 3258.
- [46] H. Yamase and A. A. Katanin: J. Phys. Soc. Jpn. **76** (2007) 73706.
- [47] H.-Y. Kee and Y. B. Kim: Phys. Rev. B **71** (2005) 184402.
- [48] A. J. Millis, A. J. Schofield, G. G. Lonzarich, and S. A. Grigera: Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 217204.
- [49] B. Binz and M. Sgrist: Europhys. Lett. **65** (2004) 816.
- [50] C. Honerkamp: Phys. Rev. B **72** (2005) 115103.

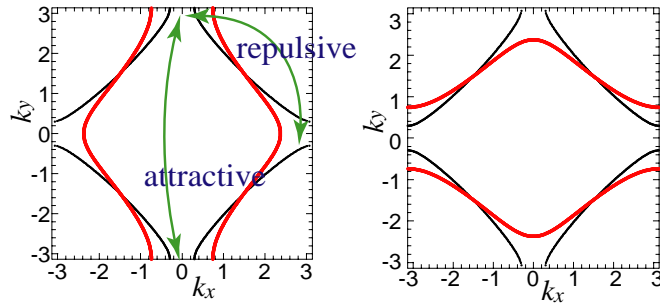


図 1: フェルミ面の  $d$  波形的変形。 $(0, \pi)$  と  $(0, -\pi)$  の準粒子の前方散乱には引力が、 $(0, \pi)$  と  $(\pi, 0)$  の準粒子の前方散乱には斥力が働くことによって、元のフェルミ面 (実線) が赤線で示したような変形を起す。

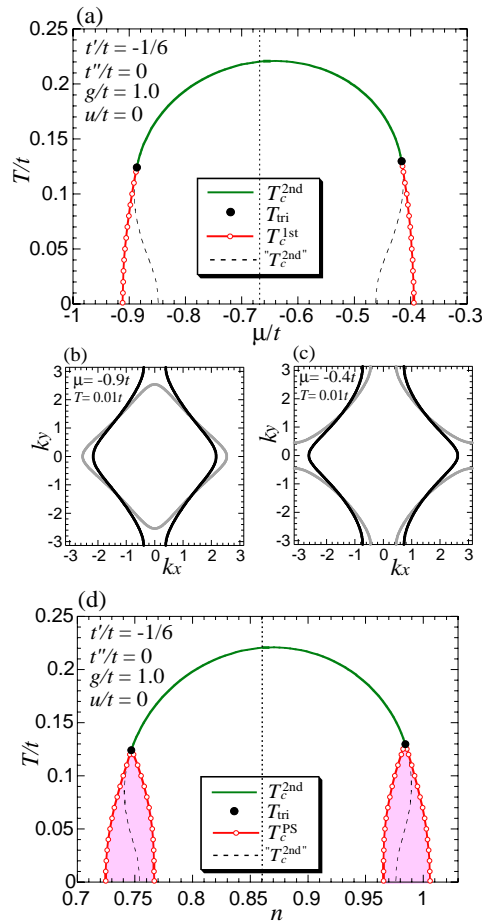


図 2: (a)  $\mu$ - $T$  相図。フェルミ面の  $d$  波形的変形への相転移温度  $T_c(\mu)$  は、高温では二次転移 (緑線) で低温では一次転移 (赤線) を示す。黒丸は三重臨界点を表す。破線は、高温から続く二次相転移線であるが、低温では一次相転移が先に生じ真の相転移線ではない。点線は、van Hove のエネルギー  $\mu = \epsilon_{\text{vH}}^0 = 4(t' - t'') = -2t/3$  の位置を示す。バンドパラメタは  $t'/t = -1/6$ ,  $t''/t = 0$ ,  $g/t = 1.0$ ,  $u = 0$ 。(b) と (c) 一次相転移点近傍での対称性の破れたフェルミ面。灰色は、 $g = 0$  の場合のフェルミ面。(d)  $n$ - $T$  相図。表記は (a) と同じ。ただし、 $T_c^{\text{PS}}$  で囲まれた領域では相分離が生じる。(文献 [7] より。)

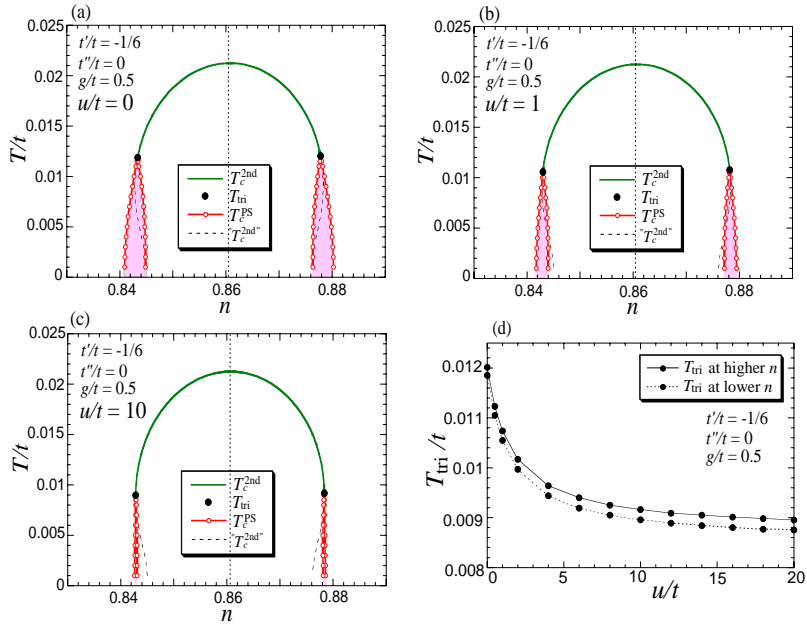


図 3: (a)  $u = 0$ , (b)  $u/t = 1$ , (c)  $u/t = 10$  に対する  $n$ - $T$  相図 [7]。バンドパラメタは  $t'/t = -1/6$ ,  $t''/t = 0$ ,  $g/t = 0.5$ 。 (d)  $T_{\text{tri}}$  の  $u$  依存性。  $n$  の大きい (小さい) 方の  $T_{\text{tri}}$  を実線 (点線) で示してある。

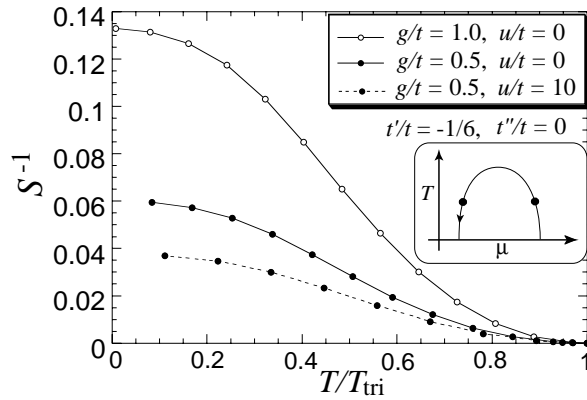


図 4: 幾つかの  $g$  と  $u$  に対する、一次相転移点直上でのストーナー増強因子の逆数の温度依存性 [7]。温度は挿入図に示した矢印に沿って変化させ、  $T_{\text{tri}}$  でスケールした。



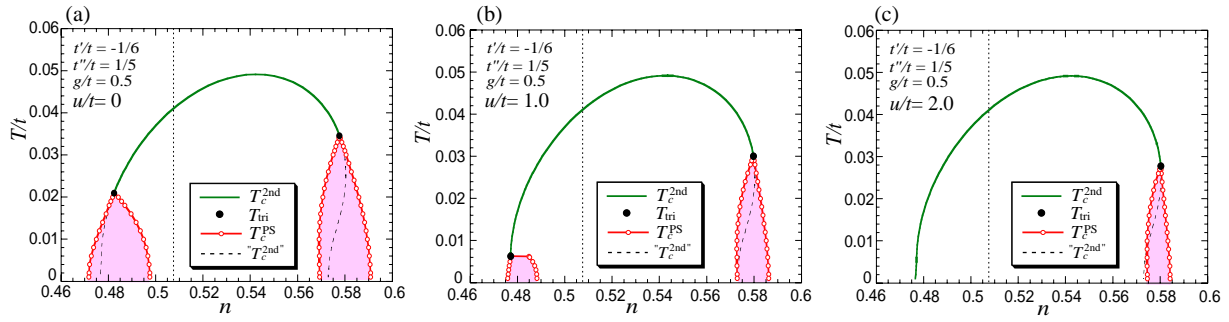


図 5: (a)  $u = 0$ , (b)  $u/t = 1$ , (c)  $u/t = 2$  に対する  $n$ - $T$  相図 [7]。バンドパラメタは  $t'/t = -1/6$ ,  $t''/t = 1/5$ ,  $g/t = 0.5$  で、バンド分散の鞍点が  $(\pi, 0)$ ,  $(0, \pi)$  からずれている。表記は図 2(d) と同じである。(b) において  $n$  の小さい側では、 $T_c^{\text{PS}}$  と " $T_c^{\text{2nd}}$ " が近すぎて両者を識別出来ない。

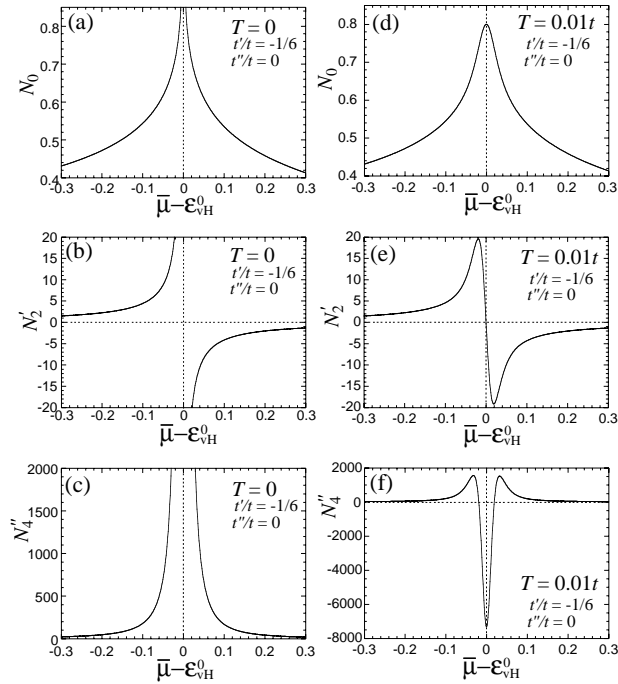


図 6: van Hove エネルギー  $\epsilon_{\text{vH}}^0$  周辺での  $N_0(\bar{\mu}, T)$ ,  $N'_2(\bar{\mu}, T)$ ,  $N''_4(\bar{\mu}, T)$  の  $\bar{\mu}$  依存性 [7]: (a)-(c) では  $T = 0$ , (d)-(f) では  $T = 0.01t$ 。バンドパラメタは  $t'/t = -1/6$ ,  $t''/t = 0$  で  $t = 1$  とした。

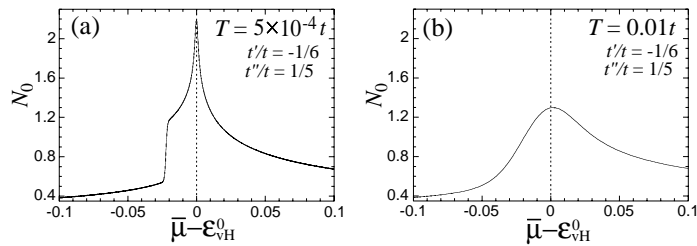


図 7: van Hove エネルギー  $\epsilon_{\text{vH}}^0$  周辺での  $N_0(\bar{\mu}, T)$  [7]: (a)  $T = 5 \times 10^{-4}t$ , (b)  $T = 0.01t$ 。バンドパラメタは、 $t'/t = -1/6$ ,  $t''/t = 1/5$  で  $t = 1$  とした。

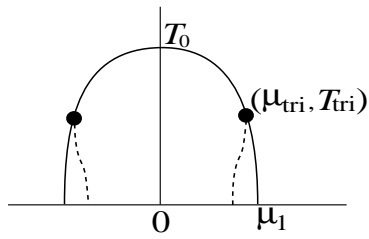


図 8:  $\mu$ - $T$  相図の概略図。  $\mu = 0$  が van Hove エネルギーに対応する。

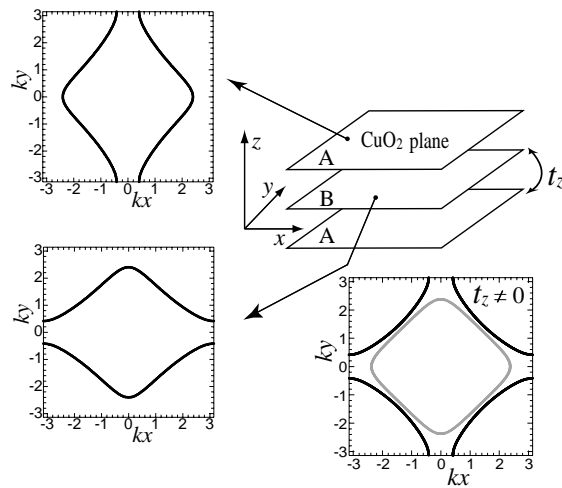


図 9:  $d$  波的に変形したフェルミ面の  $z$  方向への交替積層。La 系銅酸化物での LTT 構造で期待される。弱い面間の相互作用によって、フェルミ面 (右下) はホール的なもの (実線) と電子的なもの (灰色の線) から構成される。